

## Übung 3

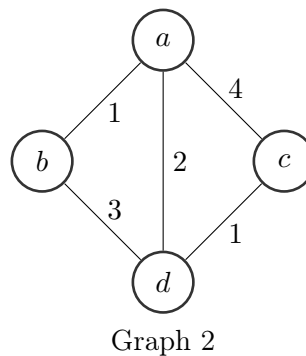
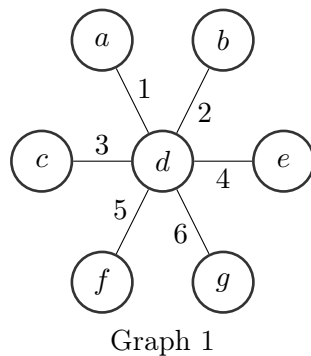
Ausgabe: 30.10.2019

Abgabe: 06.11.2019

### Aufgabe 3.1.

((2 + 2) + 2 Punkte)

- a) In den unten stehenden Graphen sei die Distanz zwischen je zwei Knoten durch die Länge eines kürzesten Weges zwischen den beiden Knoten definiert. In welchem Fall ist diese Distanzfunktion eine Metrik? Begründe jeweils deine Antwort kurz.

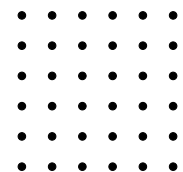


- b) Gib die (dezimale) Zahl 1000 in Binärdarstellung an! Zwischen welchen aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen liegt  $\log_2 1000$ ? Verwende für die Antwort die Definition von  $\log_2 n$ , wenn  $n$  eine Zweierpotenz ist.

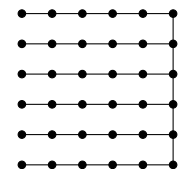
### Aufgabe 3.2.

((2 + 3) + 2 Punkte)

Gegeben sind  $6 \times 6$  Orte als Punkte eines Gitters mit den Euklidischen Distanzen:



Wir nehmen an, dass der Algorithmus von Kruskal den folgenden Spannbaum ausgibt:



- a) Bestimme jeweils eine Rundreise, die die Spannbaum-Heuristik beziehungsweise der Algorithmus von Christofides ausgeben kann.
- b) Bestimme eine optimale Rundreise und begründe ihre Optimalität.

**Bitte wenden!**

### Aufgabe 3.3. BIN-PACKING

(5 + (3 + 3) Punkte)

- a) Beschreibe eine Instanz des BIN-PACKING-Problems mit einer minimalen Anzahl von Objekten, für die der FIRST-FIT-DECREASING-Algorithmus mehr Behälter benötigt als der BEST-FIT-DECREASING-Algorithmus. Ein Beweis der Minimalität ist nicht erforderlich.

*Hinweis:* Die minimale Anzahl der Objekte liegt irgendwo zwischen 3 und 7.

- b) In der Analyse des First-Fit-Decreasing-Algorithmus (FFD) für BIN-PACKING (siehe Vorlesung) haben wir behauptet, dass FFD für nur  $A$ -,  $B$ - und  $C$ -Objekte optimal arbeitet. Beweise zuerst die folgende Teilbehauptung mit einem Austausch-Argument:

„Es gibt mindestens eine optimale Lösung, sodass das größte  $C$ -Objekt, das zu irgendeinem  $B$ -Objekt passt, in die kleinstmögliche Lücke über ein  $B$ -Objekt gepackt wird.“

Beweise anschließend die (erste) Behauptung mittels Induktion über die Anzahl von  $C$ -Objekten (und beliebige Anzahl von  $A$ - und  $B$ -Objekten).