



## Übung 11

Ausgabe: 15.01.2020

Abgabe: 22.01.2020

### Aufgabe 11.1.

(2 + 3 Punkte)

- a) Skizziere den Overlap-Graphen mit allen Kantengewichten für die folgenden drei Eingabestrings:

$$x = a^8 b^3 a^2$$

$$y = a^5 b^3 a^5$$

$$z = a^2 b^3 a^8$$

- b) Bestimme eine maximale Kreiszerlegung  $C_1, C_2, \dots, C_l$ , und Zyklen  $v_1, v_2, \dots, v_l$  einer minimalen Zyklusüberdeckung für die Strings aus Teil a).

### Aufgabe 11.2.

(4 Punkte)

Sei  $\mathcal{S} = \{a^k b^\ell \mid 0 \leq k \leq 500, 0 \leq \ell \leq 501\}$  die Menge aller Worte, die mit maximal 500 „a“ beginnen und auf die höchstens 501 „b“ folgen. Sei  $\mathcal{T} \subseteq \mathcal{S}$  eine Teilmenge mit der höchstmöglichen Anzahl von Worten, sodass keine zwei Elemente in  $\mathcal{T}$  Teilstrings voneinander sind.

Bestimme  $|\mathcal{T}|$  (die Anzahl der Worte in  $\mathcal{T}$ ) und gib eine präzise Begründung an.

*Notation:*  $a^k$  ist die  $k$ -fache Konkatenation von  $a$ , d.h. ein String der Länge  $k$ , der nur „a“ beinhaltet.

### Aufgabe 11.3.

(5 Punkte)

Seien  $u, v, u^*, v^*$  vier Strings, die keine Teilstrings voneinander sind, so dass folgendes gilt:

$$\text{overlap}(u, v) \geq \text{overlap}(u, v^*),$$

$$\text{overlap}(u, v) \geq \text{overlap}(u^*, v).$$

**Zeige:**

$$\text{overlap}(u, v) + \text{overlap}(u^*, v^*) \geq \text{overlap}(u, v^*) + \text{overlap}(u^*, v).$$

*Hinweis:* Es kann hilfreich sein, die Strings (und ihre Überlappungen) untereinander graphisch darzustellen.

**Bitte wenden!**

### Aufgabe 11.4.

(3 + 2 Bonuspunkte)

Sei  $\vec{K}_n = (V, \vec{E})$  ein vollständiger gerichteter Graph (mit Eigenschleifen) auf  $n$  Knoten mit positiven Kantengewichten.

- a) Definiere einen bipartiten Graphen  $B$  auf  $2 \cdot n$  Knoten, so dass ein perfektes Matching mit maximalem Gewicht in  $B$  genau einer Kreiszerlegung mit maximalem Gewicht in  $\vec{K}_n$  entspricht.
- b) Erkläre kurz, wie man das allgemeine max-Gewicht-KREISZERLEGUNG-Problem auf  $\vec{K}_n$  in Polynomialzeit lösen kann.

*Hinweis:* Bei Aufgabenteil b) wird keine detaillierte Beschreibung des Algorithmus benötigt.