



Übung 13

Ausgabe: 29.01.2020

Abgabe: 05.02.2020

Aufgabe 13.1.

(4 Bonuspunkte)

Finde eine Menge U von Strings, sodass mindestens ein String $u_0 \in U$ mehr als einmal im kürzesten Superstring von U vorkommt. Dabei darf kein String $u \in U$ in einem anderen String $u' \in U \setminus \{u\}$ vollständig enthalten sein.

Hinweis: In beiden Richtungen könnte u_0 mit mehreren Strings große Overlaps haben.

Aufgabe 13.2.

(4 + 4 Punkte)

Wir definieren das folgende max-HAMILTONSCHER PFAD Problem.

Eingabe: Ein *vollständiger gerichteter* Graph $\vec{K}_n = (V, E)$ mit positiven Kantengewichten.

Ausgabe: Ein Hamiltonscher Pfad (kein Kreis) mit maximalem Gewicht.

- Zeige einen 3-approximativen Greedy Algorithmus für das max-HAMILTONSCHER PFAD Problem (mit Begründung).
- Ein *maximaler* Hamiltonscher Pfad im Overlap-Graphen würde einem *kürzesten* Superstring von U entsprechen. Argumentiere, warum der 3-approximative Hamiltonsche Pfad nicht unbedingt einer 3-Approximation des minimalen Superstrings entspricht.

Hinweis: Bei Aufgabenteil b) wird nur ein Argument über Approximationsfaktoren, und keine konkreten Strings benötigt.

Aufgabe 13.3. *Bipartites Matching*

(4 Punkte)

Sei ein bipartiter Graph $G = (V_1, V_2, E)$ fixiert. Wir definieren ein monotonen Teilmengensystem \mathcal{M} wie folgt: Die Grundmenge X ist die Menge aller Kanten, das Teilmengensystem \mathcal{M} besteht aus allen Matchings, also aus allen Mengen von Kanten ohne gemeinsamen Endpunkt.

Zeige, dass (\mathcal{M}, X) als Durchschnitt zweier Matroide darstellbar ist.

Bitte wenden!

Aufgabe 13.4.

(3 + 3 Punkte)

- a) Sei X eine endliche Menge mit $|X| = n$. Wie viele verschiedene **Mengensysteme** \mathcal{M} (nicht unbedingt monotone) gibt es über X ?

Hinweis: Das leere Mengensystem $\mathcal{M} = \emptyset$ zählt auch.

- b) Angenommen, in einem Baum $T = (V, E)$ hat jeder innere Knoten genau 3 Kinder. Bestimme die Anzahl der Blätter abhängig von der Anzahl der inneren Knoten von T .

Hinweis: Jeden Knoten, der kein Blatt ist, nennen wir inneren Knoten.