Approximationsalgorithmen

Wintersemester 2018/2019

Dr. Annamaria Kovacs
Dipl-Math. Mahyar Behdju

GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN
Institut für Informatik
AG Algorithm Engineering

Übung 12

Ausgabe: 23.01.2019
Abgabe: 30.01.2019

Aufgabe 12.1. (4 + 3 Punkte)

a) Finde eine Menge U von Strings, sodass mindestens ein String $u_0 \in U$ mehr als einmal im kürzesten Superstring von U vorkommt. Dabei darf kein String $u \in U$ in einem anderen String $u' \in U \setminus \{u\}$ vollständig enthalten sein.

   Hinweis: In beiden Richtungen könnte u_0 mit mehreren Strings große Overlaps haben.

b) Der Greedy Superstring Algorithmus und der Greedy Algorithmus für max-Gewicht Kreiszerlegung fangen im Wesentlichen mit dem gleichen Schritt an (warum?). Beschreiben Sie den ersten Schritt (allgemein), in dem die beiden Algorithmen voneinander **wesentlich** unterschiedliche Entscheidungen treffen.

Aufgabe 12.2. (6 Punkte)

Die Grundmenge X bestehe aus den natürlichen Zahlen von 1 bis 100. Welche der folgenden Mengensysteme $(\mathcal{M}, X)$ sind Matroide, welche nicht? Begründe jeweils kurz deine Antwort.
$\mathcal{M}$ besteht aus allen Teilmengen $Y \subseteq X$, die ...

a) ... maximal 33 Elemente enthalten.

b) ... die Zahl 1 enthalten.

c) ... nur gerade (oder keine) Zahlen enthalten.

d) ... entweder ausschließlich gerade Zahlen oder ausschließlich ungerade (oder keine) Zahlen enthalten.

e) ... mindestens eine gerade Zahl enthalten.

f) ... höchstens eine gerade Zahl enthalten.

Bitte wenden!

Aufgabe 12.3. (1 + 3 + 3 + 3 Punkte)

Sei $G = (V, \overrightarrow{E})$ ein **vollständiger** gerichteter Graph mit Eigenschleifen fixiert. Wir nennen eine Teilmenge der gerichteten Kanten $Y \subset \overrightarrow{E}$ **gut**, wenn jeder Knoten höchstens eine eingehende Kante und höchstens eine ausgehende Kante in Y hat. Entscheide (mit Begründung),

a) ob das Mengensystem aller guten Mengen Y monoton ist,

und ob im Mengensystem aller guten Kantenmengen ...

b) ... jede nicht-vergrößerbare Menge Y gleich groß ist.

c) ... die Maximalitätseigenschaft gilt.

d) ... jede gute Menge Y um eine **beliebige** Kante $x \in \overrightarrow{E}$ vergrößerbar ist, nachdem höchstens zwei geeignete Elemente aus Y entfernt wurden.

Aufgabe 12.4. (4 Bonuspunkte)

Reduziere das Problem einer max-Gewicht-Kreiszerlegung in einem *beliebigen* vollständigen gerichteten Graphen mit Kantengewichten auf das Problem max-Gewicht-Bipartite-Matching:

max-Gewicht-Bipartite-Matching:

Eingabe: ein bipartiter Graph (A, B, E) mit Kantengewichten, wobei $|A| = |B|$ gilt

Ausgabe: ein *perfektes* Matching $M \subseteq E$ mit größtmöglichem Gesamtgewicht der Kanten in M (oder *NIL*, wenn der Graph gar kein perfektes Matching hat)

E-Mail: `{panni,mahyar}@ae.cs.uni-frankfurt.de`